

Exercices 10

by Aram Dermenjian

3 décembre 2018

Un exercice marqué du symbole \star est considéré comme plus difficile et ne sera pas une question d'examen.

Exercice 1 Déterminez si la série diverge ou converge.

- (1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n+3}{3n^2+2n+3}$
- (2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n+1}$
- (3) $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{i!^2}{(3i)!}$
- (4) $\sum_{x=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{8x^2+1}}$
- (5) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{\ln(n)^3}{n}$
- (6) $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{3^i}{i^i}$
- (7) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^{-n}+2}$
- (8) $\sum_{x=2}^{\infty} \frac{4}{x \ln(x)^2}$
- (9) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3^n} - \frac{1}{n^{\frac{3}{2}}}$
- (10) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n} - \frac{2}{n^2}$
- (11) $\sum_{i=1}^{\infty} \ln\left(\frac{5i+3}{6i+1}\right)$
- (12) $\sum_{x=1}^{\infty} x e^{-x^2}$
- (13) $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{i}{5^i}$
- (14) $\sum_{x=2}^{\infty} \frac{1}{\ln(x^x)}$
- (15) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^{20}}$
- (16) $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{3^i i}$
- (17) $\sum_{x=1}^{\infty} \frac{x!}{x^x}$
- (18) $\sum_{i=2}^{\infty} \frac{2}{i \sqrt{\ln(i)}}$
- (19) $\sum_{x=1}^{\infty} \frac{3^x x!}{x^x}$
- (20) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^3 - n^3}$
- (21) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^{n+5}}$
- (22) \star $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln(n)}{n^4}$

Exercice 2 Déterminez si la série diverge ou converge, et, s'il y a lieu, dites si la convergence est absolue ou conditionnelle.

- (1) $\sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j$
- (2) $\sum_{i=2}^{\infty} \frac{(-1)^i \ln(i^i)}{i^2}$
- (3) $\sum_{x=1}^{\infty} \frac{(-5)^x}{x!}$
- (4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos\left(\frac{1}{4}\pi + \frac{1}{2}\pi n\right)}{5^n}$

$$(5) \sum_{i=2}^{\infty} -\frac{1}{i+\sqrt{i}} + \frac{1}{\sqrt{i}-1}$$

$$(6) \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1)^j e^j}{j}$$

$$(7) \sum_{x=1}^{\infty} \frac{x!}{(-5)^x}$$

Exercice 3 Déterminez l'intervalle de convergence de la série de puissances.

$$(1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x+3)^n}{n}$$

$$(2) \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(x-2)^i}{3^i}$$

$$(3) \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(x-1)^j (2j)!}{3^j}$$

$$(4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{(n+1)n}$$

$$(5) \sum_{i=0}^{\infty} \frac{3^i x^i}{i!}$$

Exercice 4 Quel est le polynôme de Taylor de degré 4, centré en 1, de la fonction $f(x) = x^{\frac{5}{2}}$

Exercice 5 Quel est le polynôme de Taylor de degré 3, centré en $\frac{\pi}{4}$, de la fonction $f(x) = \tan(x)$?