

Devoir 1

DJOY15048900

Date d'échéance : 22 oct 2018

- (1) Aucun travail rédigé au crayon de plomb ne sera corrigé.
- (2) Il faut bien écrire votre réponse (*e.g.* sans trop de ratures).
- (3) Si vous voulez transmettre votre devoir par courriel, il faut envoyer le fichier en format PDF. Aucun scan ni document Word ne sera accepté.
- (4) Vous pouvez remettre votre devoir en français ou en anglais.
- (5) Vous remettez une copie par personne.
- (6) Le devoir est sur 100 points.

Bienvenue à la fin du monde ! Après l'apocalypse des zombies, tu te trouves parmi les derniers êtres humains. Après des années d'incertitudes tu entends des nouvelles : il existe une nouvelle colonie où tu peux recommencer ta vie avec d'autres. Mais, tu entends aussi que cette colonie a des règles. Pour y aller il te faut être capable de trouver le chemin et résoudre les énigmes sur le chemin.

Exercice 1 (20 points) Tu commences avec le seul indice que tu as : la distance. Tu sais que la distance entre toi-même et le prochain indice est $\ln(100)$ km. D'habitude, ta vitesse en km/h est donnée par la fonction $-8 \ln(\cos(x)) \tan(x)$. Tu veux savoir combien d'heures tu dois marcher pour y arriver.

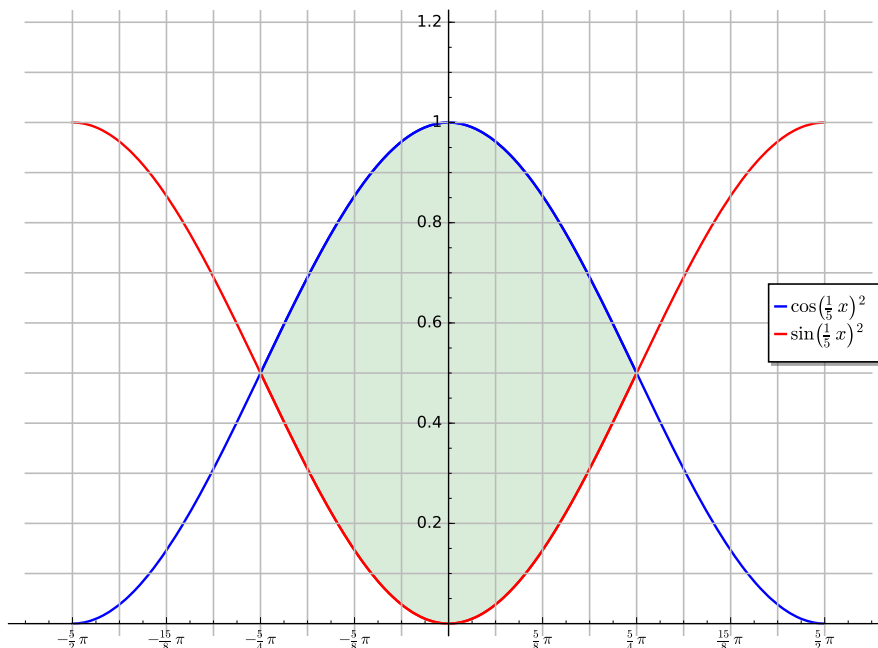
Pour résoudre ce problème il te faut trouver le nombre b en utilisant la méthode de substitution pour que l'équation suivante soit vraie :

$$\int_0^b -8 \ln(\cos(x)) \tan(x) dx = \ln(100)$$

Exercice 2 (10 points) Après avoir marché longtemps, tu es arrivé.e au bâtiment du deuxième indice. Dedans, tu trouves deux nombres, 1 et 7.95, écrit sur chaque mur à tes côtés. Au milieu tu trouves 8 tableaux avec des craies. Tu te rappelles qu'il existe des partitions régulières !

Pour ce problème il te faut écrire une partition régulière qui commence à 1, termine à 7.95, et contient 8 nombres au total. Quelle est la longueur de chaque intervalle ? (Si nécessaire, arrondis les nombres au centième)

Exercice 3 (20 points) Derrière toi, la porte se referme toute seule. Une lumière s'allume en haut et les murs deviennent blancs. Sauf un. Sur ce mur il est écrit : «Quelle est l'aire de ce bijou ? _». Devant toi, un bijou apparait, représenté par cette image :



En utilisant tes méthodes préférées, donne l'aire entre ces courbes.

Exercice 4 (20 points) Tu as trouvé l'aire! Tu vas au mur pour l'inscrire, mais avant que tu y arrives, tu entends une voix méchante derrière toi. «Le bijou est fait d'uranium! Bonne chance pour l'échapper avant de mourrir!»

Heureusement pour toi, juste derrière le bijou il y a une formule! Elle te dit que le nombre d'heures que tu as est donné par la limite :

$$\lim_{x \rightarrow 0} (xe^x + \sin(x))^{\frac{\pi}{3}}$$

Évaluer cette limite et trouver à quoi elle approche.

Exercice 5 (10 points) Maintenant, tu connais le temps que tu as pour enfuir. Tu cours vers la porte, en arrivant, tu te rends compte qu'il n'y a pas de poignée! Tu regardes autour de toi et tu aperçois une petite boîte avec le symbole Σ dessus. Tu ouvres la boîte. Dedans il y a une formule et une serrure à combinaison. Pour l'ouvrir il te faut convertir la sommation suivante es une formule en utilisant Σ et après, en utilisant le fait que $f(x) = 3(x-2)^6 + 3(x-2)^5 + 2^x(x-2)^3 + 4(x-2)^4$ et les formules de sommation, trouver la résultat.

$$-f(3) + \frac{f(4)}{8} - \frac{f(5)}{27} + \frac{f(6)}{64} - \frac{f(7)}{125}$$

Exercice 6 (20 points) Quand tu mets la combinaison dans la serrure, la porte derrière toi s'ouvre et sur le mur principal tu vois une grande carte avec un chemin. Tu sais finalement comment y aller! Tu mémorises le chemin et commences à courrir vers la colonie. Après quelques jours tu te trouves devant la colonie! Tu vas jusqu'à la porte et tu trouves une dernière énigme. Il y deux portes et un panneau entre les deux qui disent :

Deux portillon,
deux options.
Un vers nous,
un foutu.
Suis tes pensées,
tu n'as qu'un essai.

En utilisant l'intégration par parties, résoudre le problème suivant :

$$\int e^{(-\frac{1}{2}x)} \sin(5x) dx$$

Exercice 7 (2 points) Si tu as essayé chaque question tu as réussi à entrer dans la colonie! Félicitations!