Exercices 9

by Aram Dermenjian

14 novembre 2017

Un exercice marqué du symbole $\star$ est considéré comme plus difficile et ne sera pas une question d'examen. Un exercice marqué du symbole † est trouvé dans les notes du cours.

Exercice 1 (†) Fixons une base orthonormée $\mathcal{B} = \left\{\overrightarrow{OP_1}, \overrightarrow{OP_2}, \overrightarrow{OP_3}\right\}$ de l'espace E^3 pour la suite. Soit les six points suivants de l'espace E^3 :

$$\begin{array}{lll} P = (-2, 1, 4) & Q = (1, 1, -4) & R = (3, 2, -1) \\ S = (-8, 1, 20) & T = (-3, -1, 11) & U = (2, 7, -1)\,. \end{array}$$

(i) Déterminer les équations paramétriques de l'unique droite Δ_{PQ} passant par les deux points P et Q.

(ii) Montrer que les points P, Q et R ne sont pas colinéaires.

(iii) Est-ce que les points P, Q et S sont colinéaires ?

(iv) Déterminer les équations paramétriques de l'unique plan Π_{PQR} passant par les trois points P, Q et R.

(v) Déterminer une équation du plan Π_{PQR} de la forme $\delta_1 x + \delta_2 y + \delta_3 z = \kappa$.

(vi) Est-ce que les points S et T appartiennent au plan Π_{PQR} ?

(vii) Est-ce que l'unique droite Δ_{TU} passant par les deux points T et U intersecte le plan Π_{PQR} ?

(viii) Calculer la distance entre le point U et le plan Π_{PQR}.

(ix) Montrer que les points S, T et U ne sont pas colinéaires.

(x) Déterminer une équation de la forme $\delta_1 x + \delta_2 y + \delta_3 z = \kappa$ pour l'unique plan Π_{STU} passant par les trois points S, T et U.

(xi) Déterminer des équations paramétriques de l'unique droite d'intersection des plans Π_{PQR} et Π_{STU}.

Exercice 2 Considérer les trois points suivants, donnés par leurs coordonnées dans un système orthonormé :

$$P = (2, -4, 6) \quad Q = (-1, 1, 1) \quad S = (2, -5, 10)$$

(i) Soit Π le plan déterminé par $\overrightarrow{OP}$ et $\overrightarrow{OQ}$. Déterminer l'équation paramétrique de la droite orthogonale au plan Π et passant par le point S.

(ii) Déterminer les équations paramétrique du plan Π et montrer que le point S en fait partie. Exprimes le vecteur $\overrightarrow{OS}$ comme une combinaison linéaire de $\overrightarrow{OP}$ et $\overrightarrow{OQ}$.

(iii) Calculer l'aire du triangle PQS.