

# Comment les mathématiques peuvent vous aider à trouver l'âme soeur?

Nadia Lafrenière

Séminaire étudiant de l'UQAM  
2 juin 2016

Un extrait vidéo pour commencer...

Le problème des secrétaires peut donc être formulé ainsi :

- Il n'y a qu'un poste à combler;

Le problème des secrétaires peut donc être formulé ainsi :

- Il n'y a qu'un poste à combler;
- On connaît le nombre de candidates ou de candidats pour un poste;

Le problème des secrétaires peut donc être formulé ainsi :

- Il n'y a qu'un poste à combler;
- On connaît le nombre de candidates ou de candidats pour un poste;
- Si on les avait toutes étudiées, on pourrait ordonner dans un ordre total les candidatures de la moins bonne à la meilleure;

Le problème des secrétaires peut donc être formulé ainsi :

- Il n'y a qu'un poste à combler;
- On connaît le nombre de candidates ou de candidats pour un poste;
- Si on les avait toutes étudiées, on pourrait ordonner dans un ordre total les candidatures de la moins bonne à la meilleure;
- Les candidates et candidats sont rencontrés séquentiellement dans un ordre aléatoire;

Le problème des secrétaires peut donc être formulé ainsi :

- Il n'y a qu'un poste à combler;
- On connaît le nombre de candidates ou de candidats pour un poste;
- Si on les avait toutes étudiées, on pourrait ordonner dans un ordre total les candidatures de la moins bonne à la meilleure;
- Les candidates et candidats sont rencontrés séquentiellement dans un ordre aléatoire;
- La décision d'accepter ou de rejeter une candidature est prise dès la fin de l'entretien et uniquement à partir des données disponibles à ce moment-là;

Le problème des secrétaires peut donc être formulé ainsi :

- Il n'y a qu'un poste à combler;
- On connaît le nombre de candidates ou de candidats pour un poste;
- Si on les avait toutes étudiées, on pourrait ordonner dans un ordre total les candidatures de la moins bonne à la meilleure;
- Les candidates et candidats sont rencontrés séquentiellement dans un ordre aléatoire;
- La décision d'accepter ou de rejeter une candidature est prise dès la fin de l'entretien et uniquement à partir des données disponibles à ce moment-là;
- L'objectif est d'embaucher la meilleure personne parmi toutes les postulantes. On cherche donc à maximiser la probabilité d'atteindre ce but.



Allons-y de quelques essais naïfs pour trouver une stratégie!

Sachant qu'il y a  $n$  candidates pour un poste, la meilleure stratégie consiste à rencontrer un certain nombre d'entre elles et *toutes* les rejeter, jusqu'à un certain moment  $\tau$ , le *temps d'arrêt*. Après le temps d'arrêt, on choisit la candidate meilleure que toutes celles qu'on avaient vues!

## Définition

*Un temps d'arrêt par rapport à une suite de variables aléatoires  $X_1, X_2, \dots$  est une variable aléatoire  $\tau$  à valeurs dans  $\{1, 2, \dots\}$  telle que l'occurrence ou la non-occurrence de l'événement  $\tau = t$  ne dépend que des valeurs de  $X_1, X_2, \dots, X_t$ .*

## Définition

*Un temps d'arrêt par rapport à une suite de variables aléatoires  $X_1, X_2, \dots$  est une variable aléatoire  $\tau$  à valeurs dans  $\{1, 2, \dots\}$  telle que l'occurrence ou la non-occurrence de l'événement  $\tau = t$  ne dépend que des valeurs de  $X_1, X_2, \dots, X_t$ .*

## Exemple

*Supposons que les variables  $X_1, X_2, \dots$  représentent des parties jouées à un jeu de hasard (avec mise). Alors,*

- *La probabilité de jouer jusqu'à ce qu'on ait plus d'argent qu'on ne pourra jamais en avoir n'est pas un temps d'arrêt.*

## Définition

*Un temps d'arrêt par rapport à une suite de variables aléatoires  $X_1, X_2, \dots$  est une variable aléatoire  $\tau$  à valeurs dans  $\{1, 2, \dots\}$  telle que l'occurrence ou la non-occurrence de l'événement  $\tau = t$  ne dépend que des valeurs de  $X_1, X_2, \dots, X_t$ .*

## Exemple

*Supposons que les variables  $X_1, X_2, \dots$  représentent des parties jouées à un jeu de hasard (avec mise). Alors,*

- *La probabilité de jouer jusqu'à ce qu'on ait plus d'argent qu'on ne pourra jamais en avoir n'est pas un temps d'arrêt.*
- *La probabilité de jouer jusqu'à ce qu'on perde de l'argent ou qu'on double notre mise est un temps d'arrêt.*

## Définition

*Un temps d'arrêt par rapport à une suite de variables aléatoires  $X_1, X_2, \dots$  est une variable aléatoire  $\tau$  à valeurs dans  $\{1, 2, \dots\}$  telle que l'occurrence ou la non-occurrence de l'événement  $\tau = t$  ne dépend que des valeurs de  $X_1, X_2, \dots, X_t$ .*

## Exemple

*Supposons que les variables  $X_1, X_2, \dots$  représentent des parties jouées à un jeu de hasard (avec mise). Alors,*

- *La probabilité de jouer jusqu'à ce qu'on ait plus d'argent qu'on ne pourra jamais en avoir n'est pas un temps d'arrêt.*
- *La probabilité de jouer jusqu'à ce qu'on perde de l'argent ou qu'on double notre mise est un temps d'arrêt.*
- *La probabilité de jouer 5 parties est un temps d'arrêt.*

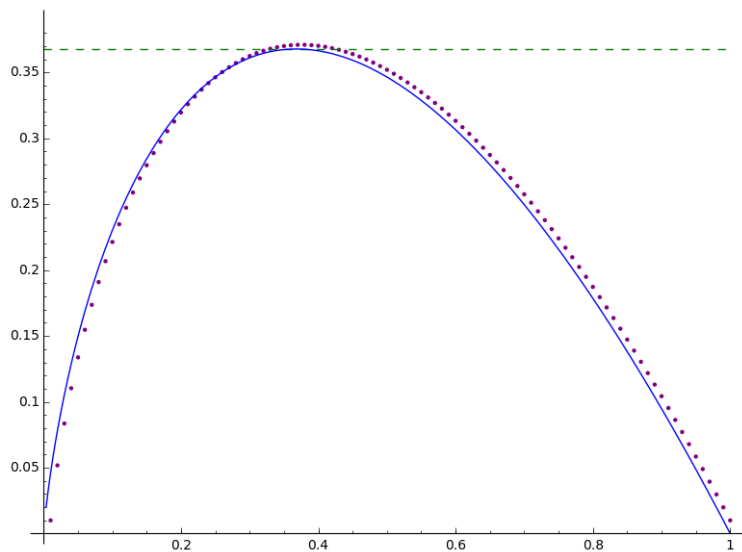
Comment les mathématiques peuvent vous aider à trouver l'âme soeur?

- └ Le problème des secrétaires

- └ Résoudre le problème

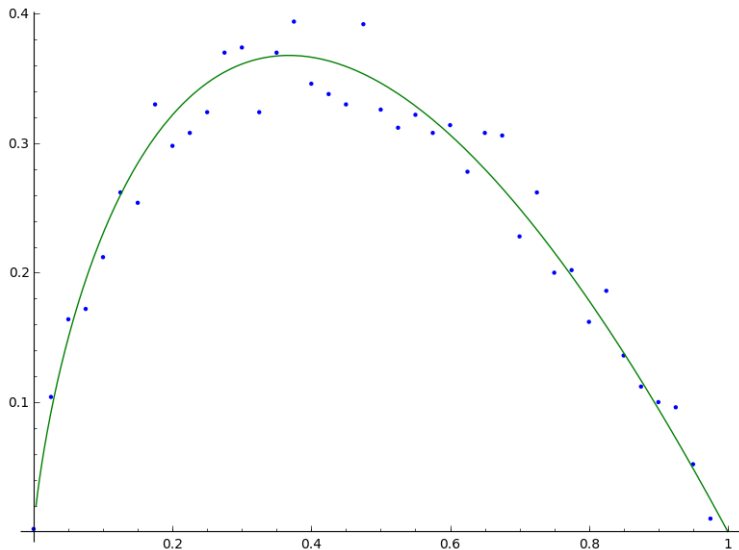
Détails au tableau!

## Probabilité de sélectionner la bonne candidate :





Et expérimentalement, avec 1000 candidates et 500 essais pour chaque point :



## Similitudes et divergences avec de vraies situations

- Une relation amoureuse monogame

[https://www.ted.com/talks/hannah\\_fry\\_the\\_mathematics\\_of\\_love?language=fr](https://www.ted.com/talks/hannah_fry_the_mathematics_of_love?language=fr)

## Similitudes et divergences avec de vraies situations

- Une relation amoureuse monogame  
[https://www.ted.com/talks/hannah\\_fry\\_the\\_mathematics\\_of\\_love?language=fr](https://www.ted.com/talks/hannah_fry_the_mathematics_of_love?language=fr)
- La recherche d'un appartement

## Similitudes et divergences avec de vraies situations

- Une relation amoureuse monogame  
[https://www.ted.com/talks/hannah\\_fry\\_the\\_mathematics\\_of\\_love?language=fr](https://www.ted.com/talks/hannah_fry_the_mathematics_of_love?language=fr)
- La recherche d'un appartement
- Avec une variante : Les places de stationnement au cinéma

## Similitudes et divergences avec de vraies situations

- Une relation amoureuse monogame  
[https://www.ted.com/talks/hannah\\_fry\\_the\\_mathematics\\_of\\_love?language=fr](https://www.ted.com/talks/hannah_fry_the_mathematics_of_love?language=fr)
- La recherche d'un appartement
- Avec une variante : Les places de stationnement au cinéma
- Des psychologues et des économistes ont étudié le comportement de personnes travaillant avec des secrétaires et ont observé qu'elles arrêtaient souvent de chercher trop tôt pour que le modèle soit valide.