

Exercices 5

by Aram Dermenjian

22 octobre 2018

Un exercice marqué du symbole \star est considéré comme plus difficile et ne sera pas une question d'examen.

Exercice 1 Calculer les intégrales suivantes :

- (1) $\int \tan(3x)^3 dx$
- (2) $\int \sec(x)^4 \tan(x)^2 dx$
- (3) $\int \sec(5x)^3 \tan(5x)^3 dx$
- (4) $\int \sec(x)^7 dx$
- (5) $\int \frac{\cos(2x) + \sin(2x)}{\sin(2x)} dx$
- (6) $\int \frac{\sin(x) + \tan(x)}{\sec(x)} dx$

Exercice 2 (\star) Calculer les intégrales suivantes :

- (1) $\int \sec(3x)^5 \tan(3x) dx$
- (2) $\int \frac{\cos(x)^4}{\sin(x)^6} dx$
- (3) $\int \sin(x)^2 \tan(x)^3 dx$
- (4) $\int \cot(x)^3 dx$
- (5) $\int \csc(x)^4 dx$
- (6) $\int \cot(x)^3 \csc(x)^3 dx$
- (7) $\int \cot(x)^2 \csc(x) dx$
- (8) $\int \cot(7x) \csc(7x)^2 dx$

Exercice 3 Calculer les intégrales définies suivantes.

- (1) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sec(x)^4 dx$
- (2) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin(x)^3}{\cos(x)^{\frac{5}{2}}} dx$
- (3) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin(x)^2}{\cos(x)^4} dx$
- (4) $\int_0^{\frac{\pi}{8}} \sec(2x)^3 \tan(2x) dx$
- (5) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sec(x)^4 \tan(x)^4 dx$

Exercice 4 Calculer les intégrales suivantes :

- (1) $\int \frac{1}{\sqrt{-x^2+9}} dx$
- (2) $\int \frac{x}{\sqrt{-x^2+9}} dx$
- (3) $\int \frac{x^3}{\sqrt{-x^2+9}} dx$
- (4) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+9}} dx$
- (5) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-9}} dx$

Exercice 5 (\star) Calculer les intégrales suivantes :

- (1) $\int \sqrt{-x^2 + 9} dx$
- (2) $\int \frac{x^2}{\sqrt{-x^2+9}} dx$
- (3) $\int \frac{1}{\sqrt{-x^2+9x^2}} dx$
- (4) $\int \frac{1}{\sqrt{-x^2+9x}} dx$
- (5) $\int \frac{x^3}{\sqrt{x^2+9}} dx$
- (6) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+9x^2}} dx$
- (7) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-9x}} dx$
- (8) $\int \frac{1}{(x^2+9)^2x} dx$
- (9) $\int \frac{x+1}{\sqrt{-x^2+3}} dx$

Exercice 6 Calculer les intégrales définies suivantes :

- (1) $\int_0^3 \frac{7}{(-x^2+16)^{\frac{3}{2}}} dx$
- (2) $\int_0^2 \sqrt{4x^2 + 9} dx$
- (3) $\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{5x^2-3x^2}} dx$
- (4) $\int_{-6}^{-5} \frac{1}{(x^2-16)^{\frac{3}{2}}} dx$
- (5) $\int_0^2 \sqrt{-x^2 + 4} dx$
- (6) $\int_0^1 \frac{x^2+1}{\sqrt{-x^2+4}} dx$
- (7) $\int_0^6 \frac{3x-1}{\sqrt{-x^2+100}} dx$
- (8)★ $\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{4x^2+9}} dx$
- (9)★ $\int_{\ln(\sqrt{2})}^{\ln(2)} \sqrt{2e^{(2x)} - 4} dx$

Exercice 7 Calculer les intégrales suivantes :

- (1) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-2x+2(x-1)}} dx$
- (2) $\int -\frac{1}{x^2-6x-16} dx$
- (3) $\int \frac{1}{4x^2+4x-3} dx$
- (4) $\int \frac{x}{\sqrt{x^2-6x}} dx$
- (5) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+6x+3}} dx$
- (6) $\int \frac{3x+1}{x^2+4x+6} dx$
- (7) $\int \frac{\sqrt{x^2-6x+13}}{x-3} dx$
- (8) $\int \sqrt{-x^2 + 4x + 5} dx$
- (9) $\int \sqrt{4x^2 + 8x + 3} dx$
- (10) $\int \frac{1}{\sqrt{-\sqrt{x}+1}} dx$
- (11) $\int \frac{1}{x(\sqrt{x}-4)} dx$

$$(12) \int \frac{x^2}{\sqrt{-x^2+36}} dx$$

$$(13) \int \frac{1}{\cos(x)+2} dx$$

Exercice 8 (1) $\int_{-1}^0 \frac{1}{\sqrt{x^2+2x+2}} dx$

$$(2) \int_1^4 \frac{1}{x+4\sqrt{x+5}} dx$$

$$(3) \int_{-2}^2 \frac{1}{\sqrt{x^2+4x+13}} dx$$

$$(4) \star \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\cos(x)+\sin(x)+1} dx$$

$$(5) \star \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{4}{\sqrt{-x^2+2x}} dx$$

$$(6) \star \int_{-1}^1 \frac{x}{\sqrt{x^4+1}} dx$$

$$(7) \star \int_2^4 \frac{6}{\sqrt{x^2-1x^4}} dx$$

Exercice 9 Déterminez le prix d'équilibre, le surplus totale et le surplus des consommateurs pour les fonctions de demande et d'offre suivante :

$$(1) D(q) = -q^2 + 12; O(q) = q$$

$$(2) D(q) = \frac{99}{q+4}; O(q) = q + 6$$

$$(3) D(q) = \sqrt{-2q + 800}; O(q) = \sqrt{2q + 100}$$

Exercice 10 Calculer le coefficient de Gini pour les courbes de Lorenze suivantes :

$$(1) \frac{4}{5}x^2 + \frac{1}{5}x$$

$$(2) \frac{1}{2} \cdot 3^x - \frac{1}{2}$$

$$(3) \frac{3}{5}x^4 + \frac{2}{5}x$$