

Exercices 1

by Aram Dermenjian

10 septembre 2018

Un exercice marqué du symbole \star est considéré comme plus difficile et ne sera pas une question d'examen.

Exercice 1 Quelles fonctions sont continue :

- (1) $\sin(x)$
- (2) e^x
- (3) $\tan(x)$

Exercice 2 Trouver la dérivée aux problèmes suivants :

- (1) $x^5 + 5x^4 + 3x^3 - 2x + \frac{12}{\sqrt{x}}$
- (2) $-(6x - 1)^7$
- (3) $-\frac{x^2+2}{x^2-3}$
- (4) $\sqrt{\cos(\theta)} + \sin(\sqrt{\theta})$
- (5) $\sec(5x - 4)^{\frac{1}{3}}$

Exercice 3 Calculer les limites suivants :

- (1) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+x-6}{x^2-4}$
- (2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+\sin(2x)}{x-\sin(2x)}$
- (3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - e^{(-x)} - e^x + 2}{x^2 - \sin(x)^2}$
- (4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log(x)}{x}$

Exercice 4 Calculer les limites suivants :

- (1) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$
- (2) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\cos(x)} - \frac{1}{\tan(x)} \right)$
- (3) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{\cos(x) - 1} + \frac{4}{x^2} \right)$
- (4) $\lim_{x \rightarrow 0} (3x + e^x)^{\left(\frac{1}{x}\right)}$
- (5) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (-\cos(x) + \sin(x))^{\tan(x)}$
- (6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(-\frac{5}{x} + 1\right)^{3x}$
- (7) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (4e^{(-3x)} + 1)e^{(3x)}$
- (8) $\star \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan(x)}{x}\right)^{\left(\frac{1}{x^2}\right)}$
- (9) $\star \lim_{x \rightarrow \infty} 2x - \sqrt{4x^2 + 3x}$

Exercice 5 Expliciter les termes des sommations suivantes :

- (1) $\sum_{j=2}^5 4j^3 - 1$
- (2) $\sum_{k=1}^4 -2^{-k} + (-2)^k$

(3) $\sum_{i=2}^7 (-3)^{i-4}$

(4) $\sum_{i=1}^3 f(x_i)^i$

Exercice 6 Utiliser le symbole \sum pour représenter les sommes suivantes.

(1) $2 + 4 + 6 + 8$

(2) $-\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + -\frac{1}{6} + \frac{1}{8} + -\frac{1}{10}$

(3)* $-1 + 2 + -3 + 4 + -5 + 6 + -7$

(4) $f\left(\frac{x_1}{1}\right) - f\left(\frac{x_2}{2}\right) + f\left(\frac{x_3}{3}\right) - f\left(\frac{x_4}{4}\right)$

Exercice 7 Évaluer les sommes suivantes à l'aide des formules.

(1) $\sum_{i=5}^{75} i$

(2) $\sum_{i=1}^{20} \frac{3}{2}i - \frac{5}{2}$

(3) $\sum_{i=1}^{25} (2i - 3)^2$

(4)* $\sum_{i=1}^{25} 5\left(\frac{1}{4}\right)^i + \frac{1}{2}$

(4) $\sum_{i=6}^{72} \frac{i+2}{3} - \frac{i+3}{3}$

Exercice 8 Utiliser les formules de sommation pour exprimer les sommes suivantes en fonction de n .

(1) $\sum_{i=1}^{n-1} i$

(2) $\sum_{i=1}^{n-1} \frac{3i^2}{5n}$

(3) $\sum_{i=1}^{n-1} 6i^2 - 2i$

(4)* $\sum_{i=10}^{2n} i^2 - 3i$

Exercice 9 Montrer que

$$\sum_{i=1}^n i^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

Exercice 10 (*) Montrer que

$$\sum_{k=0}^{n-1} ar^k = a \frac{1-r^n}{1-r}$$